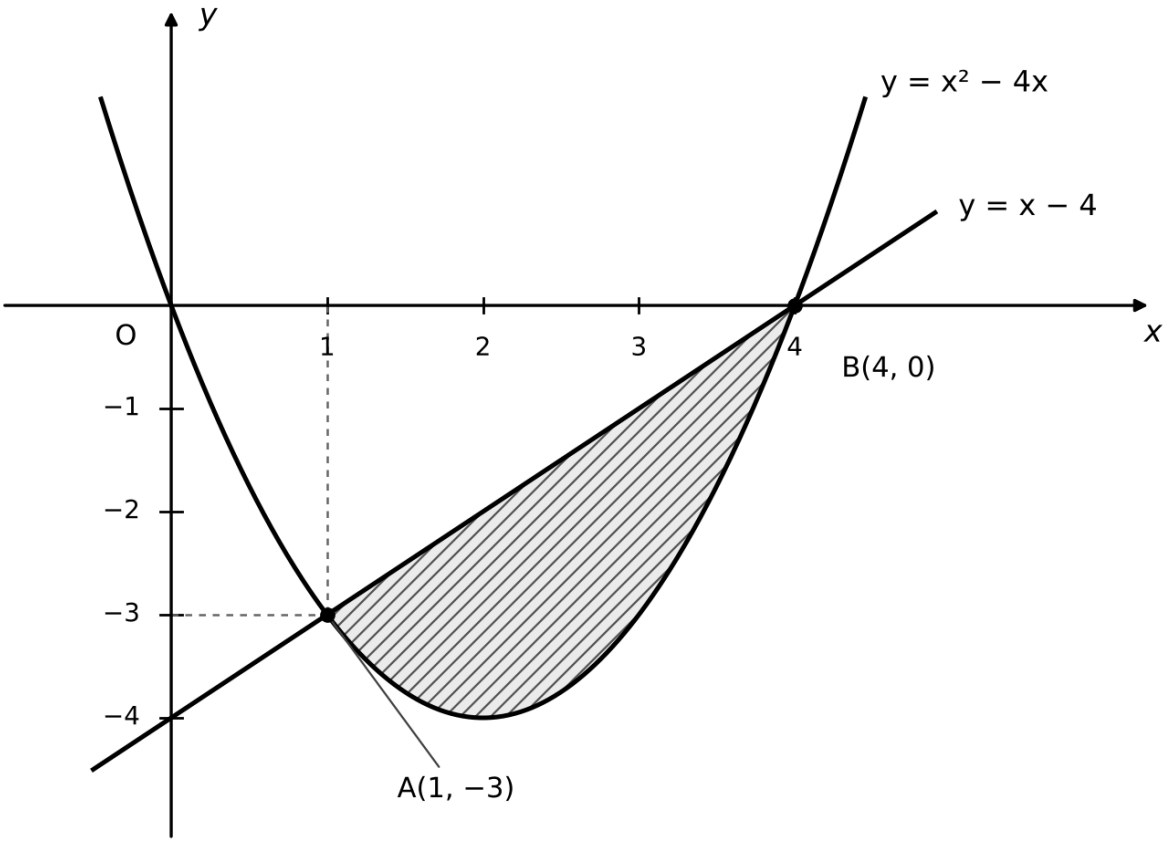
Anggota:

1. Chelsea (XII-D/10)
2. Cheryl Angjaya (XII-D/11)
3. Felix Konjaya (XII-D/18)
4. Vigilia Luvena Sadeli (XII-D/29)

1. Soal:

   Sebuah taman memiliki bentuk seperti daerah yang diarsir pada gambar di bawah. Taman tersebut dibatasi oleh kurva parabola $y = x^2 - 4x$ dan garis lurus $y = x - 4$, dengan satuan panjang dalam meter. Tentukan luas taman tersebut menggunakan konsep integral tentu!




   Jawaban:

   Titik potong kedua kurva:

   $x^2 - 4x = x - 4$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x - 1)(x - 4) = 0$

$x = 1$ atau $x = 4$

Untuk x di antara 1 dan 4, garis $y = x - 4$ berada di atas parabola (contoh $x = 2$: garis bernilai $-2$, parabola bernilai $-4$).

$L = \int_1^4 [(x - 4) - (x^2 - 4x)]\, dx$

$= \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4)\, dx$

$= [-x^3/3 + 5x^2/2 - 4x]_1^4$

$= (-4^3/3 + 5(4)^2/2 - 4(4)) - (-1^3/3 + 5(1)^2/2 - 4(1))$

$= (-64/3 + 40 - 16) - (-1/3 + 5/2 - 4)$

$= 8/3 - (-11/6)$

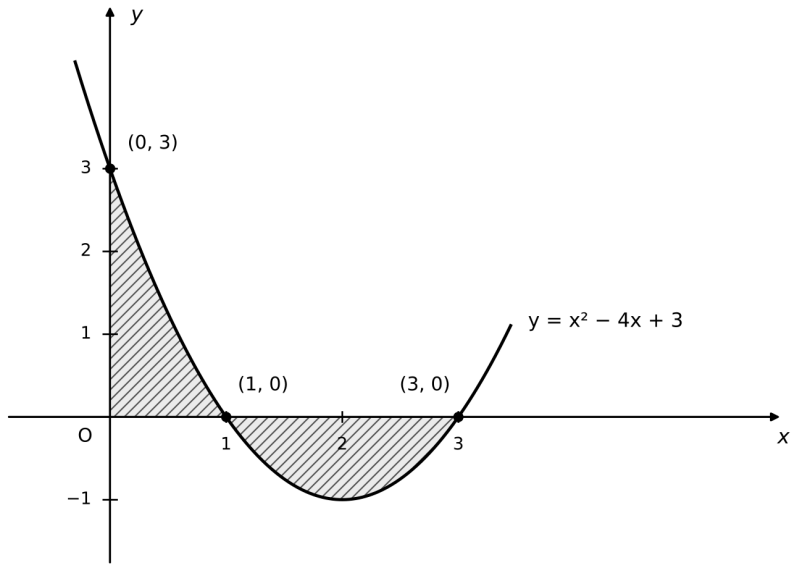
$= 16/6 + 11/6$

$= 27/6$

$= 9/2 = 4{,}5$

Jadi, luas taman tersebut adalah $4{,}5\ m^2$.

2. Soal:
   Sebuah lahan taman memiliki bentuk seperti daerah yang diarsir pada gambar di bawah. Lahan tersebut dibatasi oleh kurva parabola $y = x^2 - 4x + 3$, sumbu X, dan sumbu Y, dengan satuan panjang dalam meter. Tentukan luas lahan taman tersebut menggunakan konsep integral tentu!




Jawaban:

Titik potong kurva dengan sumbu X (y = 0):

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 1)(x - 3) = 0$

$x = 1$ atau $x = 3$

Titik potong kurva dengan sumbu Y (x = 0): y = 3.

Daerah arsiran terbagi dua: untuk x dari 0 sampai 1 berada di atas sumbu X, dan untuk x dari 1 sampai 3 berada di bawah sumbu X. Luas daerah yang berada di bawah sumbu X diambil dari nilai mutlak integralnya.

$L = L_1 + L_2$

$L_1 = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3)\, dx$

$= [x^3/3 - 2x^2 + 3x]_0^1$

$= (1^3/3 - 2(1)^2 + 3(1)) - (0)$

$= 1/3 - 2 + 3$

= 4/3

$L_2 = |\int_1^3 (x^2 - 4x + 3)\, dx|$

$= |[x^3/3 - 2x^2 + 3x]_1^3|$

$= |(3^3/3 - 2(3)^2 + 3(3)) - (1/3 - 2 + 3)|$

$= |(9 - 18 + 9) - 4/3|$

$= |-4/3|$

= 4/3

L = 4/3 + 4/3

= 8/3

Jadi, luas lahan taman tersebut adalah 8/3 $m^2$ (sekitar 2,67 $m^2$).

3. Soal:
   Sebuah taman memiliki batas berbentuk kurva parabola yang dinyatakan dengan fungsi f(x)=6x-x^2. Jika taman tersebut membentang dari x=0 sampai x=6, tentukan luas daerah taman menggunakan konsep integral tentu!

   Jawaban:
   $L = \int_0^6 (6x - x^2)\, dx$
   $= [3x^2 - x^3/3]_0^6$
   $= (3(6)^2 - 6^3/3) - (3(0)^2 - 0^3/3)$
   $= (108 - 72) - 0$
   = 36

4. Soal:
   Sebuah lahan berbentuk daerah yang dibatasi oleh dua kurva, yaitu f(x)=8 dan g(x)=x^2. Kedua kurva tersebut membatasi daerah pada interval x=-2 sampai x=2. Tentukan luas daerah yang terbentuk menggunakan konsep integral tentu!

Jawaban:

$L = \int_{-2}^{2} (8 - x^2)\, dx$

$= [8x - x^3/3]_{-2}^{2}$

$= (8(2) - 2^3/3) - (8(-2) - (-2)^3/3)$

$= (16 - 8/3) - (-16 + 8/3)$

$= 40/3 - (-40/3)$

$= 80/3$

5. Soal:

Fungsi permintaan suatu produk adalah P = 180 - 2Q, sedangkan fungsi penawarannya adalah P = 20 + 2Q. Berapakah surplus konsumen dan surplus produsen pada harga dan jumlah keseimbangan?

Jawaban:

1. Mencari harga dan jumlah keseimbangan

Samakan fungsi permintaan dan penawaran:

180-2Q=20+2Q

160=4Q

Q=40

Masukkan Q ke fungsi permintaan:

P=180-2(40)

P=100

Jadi, harga keseimbangan = 100 dan jumlah keseimbangan = 40.

2. Menghitung surplus konsumen

SK=1/2xQx(Pmaks-Pe)

SK=1/2x40x(180-100)

SK=20x80

SK=1.600

3. Menghitung surplus produsen

SP=1/2xQx(Pe-Pmin)

SP=1/2x40x(100-20)

SP=20x80

SP=1.600

6. Soal:

   Fungsi permintaan suatu barang adalah P = 240 - 2Q, sedangkan fungsi penawarannya adalah P = 40 + 3Q. Berapakah surplus konsumen dan surplus produsen pada harga dan jumlah keseimbangan?

   Jawaban:

   1. Mencari harga dan jumlah keseimbangan

   240-2Q=40+3Q

   200=5Q

   Q=40

   Masukkan Q ke fungsi permintaan:

   P=240-2(40)

   P=160

   Jadi, harga keseimbangan = 160 dan jumlah keseimbangan = 40.

   2. Menghitung surplus konsumen

   SK=1/2x40x(240-160)

   SK=20x80

   SK=1.600

   3. Menghitung surplus produsen

   SP=1/2x40x(160-40)

   SP=20x120

   SP=2.400